

*DANIEL CHLASTAWA***ODBLASKI MATEMATYKI**

**Józef Życiński:** *Świat matematyki i jej materialnych cieni*. Kraków, Copernicus Center Press, 2013, 247 s.

Na komputerze zmarłego w 2011 roku biskupa Józefa Życińskiego odnaleziono tekst planowanej książki, opracowany na podstawie notatek do wykładu monograficznego *Elementy platonizmu w podstawach matematyki*, prowadzonego na Katolickim Uniwersytecie Lubelskim. Mimo że materiał nie był kompletny ani zredagowany w sposób ostateczny, zdecydowano się, po dokonaniu koniecznych korekt i uzupełnień, na jego wydanie. W ten sposób powstał *Świat matematyki i jej materialnych cieni*. Choć tytuł ten nie pochodzi od autora, lecz redaktora, to jego dobór jest wyjątkowo trafny, zważywszy na tematykę wykładu stanowiącego podstawę dla treści książki.

Jednym z najbardziej zaskakujących i tajemniczych aspektów matematyki jest „trudna do racjonalnego wyjaśnienia skuteczność matematyki w odkrywaniu nieznanymi wcześniej procesów fizycznych występujących w różnych stadiach ewolucji wszechświata [...]. Możemy prowadzić z przyrodą dialog w języku matematyki, ponieważ matematyka stanowi język ojczysty zarówno gatunku ludzkiego, jak i całej przyrody” (s. 18-19). Dlaczego jednak tak się dzieje? Dlaczego przyroda jest matematycznie uporządkowana, skoro równie dobrze mogłaby być chaosem? Dalej, możemy pytać, „dlaczego konstrukcje matematyczne zawarte w cenionych podręcznikach mają swą realizację fizyczną w przyrodzie, mimo że niejednokrotnie matematycy opracowywali jakieś zagadnienie bez znajomości modeli fizycznych dla swych ujęć” (s. 22)?

Wszystko to zdaje się sugerować, że matematyka jest niejako „wbudowana” w świat fizyczny, że nie istnieje ona jedynie w ludzkich głowach. Szeroko rozumiany platonizm to teza, że „matematyka opisuje rzeczywistość pierwotną w stosunku do wszelkiej działalności intelektualnej człowieka i odkrywaną stopniowo przez ludzki umysł”, której przeciwieństwem jest szeroko rozumiany empiryzm, według którego „matematyka wyraża świat konstruktów ludzkiego umysłu wyrażonych w postaci ucieleśnionej w publikacjach i zapisach, jak też zrealizowanych w konkretnych obiektach fizycznych” (s. 23). Książka Życińskiego zawiera zdecydowaną obronę pierwszego poglądu: „na gruncie filozofii platonizmu znajdujemy najbardziej satysfakcjonujące wyjaśnienie [...] nadzwyczajnej efektywności matematyki w dialogu prowadzonym z naturą w perspektywie nauk przyrodniczych” (s. 19). Zdaniem Autora, tylko platonizm pozwala również na wyjaśnienie radykalnej przepaści poznawczej pomiędzy matematyką a innymi dziedzinami ludzkiego dyskursu:

„Jak wytłumaczyć przydatność języka matematyki w opisie skomplikowanych procesów fizycznych? W szczególności zaś, czym wytłumaczyć to, iż Werner Heisenberg mógł stosować do efektywnego opisu mikrozjawisk stworzoną całkowicie niezależnie Cayleyowską teorię macierzy, podczas gdy próby zastosowania do rozwoju społeczeństw Marksowskiej kategorii konieczności historycznej prowadzą do całkowicie surrealistycznych prognoz? Dlaczego przyroda pozwala stosować w kwantowej teorii pola obliczanie funkcji własnych operatorów całkowych i różniczkowych, natomiast filozoficzne próby uzasadnienia jednolitej aksjologii i etyki grzęzną w dowolnościach?” (s. 166-167)

Z perspektywy platonizmu trzeba odróżnić dwie sprawy: matematykę przez małe „m”, będącą kulturowym całokształtem ludzkiej działalności intelektualnej, oraz Matematykę przez wielkie „M”, istniejącą niezależnie od tej działalności. Zniszczenie wszystkich fizycznych przejawów matematyki przez małe „m” nie miałoby wpływu na Matematykę, będącą zestawem potencjalnych realizacji fizycznych istniejącym niezależnie od tego, czy są faktycznie zrealizowane i czy ktoś je sobie faktycznie uświadamia. Autorowi bliska jest koncepcja, iż matematyka stanowi podstawową ontyczną strukturę świata, pierwotną względem samego świata, bo określającą nie tylko to, co faktycznie istnieje i zacho-

dzi, ale i to, co w ogóle *może* istnieć i zachodzić. Jest ona również nomiczną strukturą świata, bo określa ona uniwersalne zasady rządzące wszelkim możliwym bytem. We wczesnych etapach ewolucji wszechświata nie istniały jeszcze gwiazdy ani żywe organizmy, ale już wtedy ontyczna struktura świata przesądzała, że obiekty takie mogą w świecie kiedyś zaistnieć. Według Autora, w nauce współczesnej dokonano się „głębokie odejście od empiryzmu”, wynikające z odkrywania fundamentalnej roli abstrakcyjnych struktur realizowanych w konkretnych procesach przyrody. Rozwój nauki sprawił, że pewne zdroworozsądkowe i intuicyjne wyobrażenia musiały zostać odrzucone, np. w mechanice kwantowej i teorii względności (s. 152-153). Powiedzenie o „odejściu od empiryzmu” jest jednak nieco niefortunne, ponieważ odrzucenie pewnych zakorzenionych wyobrażeń było wymuszone właśnie przez wyniki badań doświadczalnych, a więc przez realizowanie podstawowego wymogu metodologicznego empiryzmu. Bardziej adekwatne byłoby powiedzenie, że miało miejsce odejście od naturalnego konkretyzmu ku abstrakcjonizmowi. Tak czy inaczej, według Życińskiego, rozwój nauki pokazał priorytet abstraktów nad konkretami, czego przykładem może być uznanie abstrakcyjnych pól fizycznych za obiekty bardziej istotne od poszczególnych, konkretnych części. Podobnie, można uznać, że algorytmy jako pewne abstrakcyjne procedury są bardziej istotne od swoich konkretnych fizycznych implementacji i można je rozważać niezależnie od różnic między tymi implementacjami oraz od tego, czy jakieś ich implementacje w ogóle istnieją.

Autor chętnie powołuje się na platoników takich jak Whitehead, Russell, Gödel, Penrose, Popper i Ellis, nie kryje też swojego krytycznego stosunku do antyplatońskich poglądów w filozofii matematyki, takich jak konstruktywizm Brouwera i jego szkoły, formalizm Hilberta, relatywizm Wildera czy naturalizm. Mimo zdecydowanej obrony platonizmu Życiński wskazuje, że matematyka ma charakter o wiele bardziej dynamiczny niż mogłoby się to potocznie wydawać, wskazując na takie fakty, jak gwałtowne nieraz spory matematyków o oczywistość pewnych aksjomatów (jak aksjomat wyboru), zwodnicza tendencja do traktowania matematyki i logiki danej epoki jako ostatecznie zamkniętej i wyczerpanej (Diderot, Kant) czy też powstanie w XX wieku analizy niestandar-

dowej, stanowiącej matematycznie ścisłe rozwinięcie siedemnastowiecznej idei wielkości nieskończenie małych, przez długi czas uznawanej za mętną, niedojrzałą i definitywnie przewyciężoną przez późniejszy rozwój analizy matematycznej.

W podejściu empirystycznym, interpretującym matematykę jako raczej tworzenie niż odkrywanie, działalność matematyczna staje się podobna twórczości artystycznej, np. poezji. Jest to bardzo trudne do zaakceptowania i Autor celnie wskazuje na podstawową słabość takiego stanowiska: „od poetyckiego opisu wschodu słońca nie oczekujemy, by przynosił prognozę pogody na najbliższe dni. Tymczasem w matematyce zaskakuje jej nadzwyczajna skuteczność w opisie czy nawet w odkrywaniu istnienia zjawisk fizycznych, o których «twórcy metafor» nie wiedzieli nic, gdy chronili się w świat metaforycznej twórczości” (s. 49). W świetle twierdzenia Gödla o niezupełności „nikt nie jest w stanie stworzyć tak bogatego systemu logicznego [zawierającego arytmetykę – przyp. D. Ch.], który będzie zarazem zupełny i niesprzeczny. Nasze możliwości tworzenia w matematyce są radykalnie różne od możliwości tworzenia np. w sztuce” (s. 52). Według Życińskiego, również podejście ewolucyjne nie jest w stanie dostarczyć pełnego wyjaśnienia fenomenu matematyki, ponieważ, mimo że pewne formy myślenia matematycznego mogą mieć znaczenie ewolucyjne, to jednak istnieją ważne działy matematyki pozbawione jakichkolwiek zastosowań praktycznych.

Pozornie suche i nieciekawe równania matematyki bywają „ożywione” i „napełnione ogniem”. Dokonuje tego między innymi ich piękno i zagadkowość. W równaniu Eulera  $e^{i\pi} = -1$  jest zarazem jedno, jak i drugie: jest ono piękne, bo wyraża bardzo prostą i elegancką zależność między czterema stałymi matematycznymi należącymi do całkowicie odmiennych działów matematyki (arytmetyka, geometria, analiza matematyczna, teoria liczb zespolonych); jest zaś zagadkowe, że te pozornie odległe od siebie działy są ze sobą powiązane w tak nieoczekiwanie prosty sposób. Innym interesującym zjawiskiem jest to, że czasami „równania wiedzą więcej niż matematycy”, tzn. że obiektywna treść równań czasem wykracza poza to, co uświadamiają sobie operujący nimi ludzie. Przykładem mogą być równania pola, sformułowane w 1917 roku przez Einsteina; „wiedziały” one więcej niż ich autor, gdyż dopiero

później uświadomiono sobie, że wynika z nich istnienie ekspansji wszechświata.

Rozwój badań przyrodniczych prowadzi do odkrywania głębokich związków człowieka z przyrodą. „Dla odkrycia zasady grawitacji przez Newtona bardzo ważne było wcześniejsze stworzenie rachunku różniczkowego, dzięki czemu autor *Principiów* mógł przy biurku dokładniej określać położenia planet, niż czynił to na podstawie obserwacji John Flamsteed dysponujący najlepszym sprzętem obserwacyjnym swej epoki” (s. 182-183). Z historii nauki, zwłaszcza współczesnej, znanych jest wiele przypadków matematycznego przewidzenia istnienia obiektów, które obserwacyjnie stwierdzono dopiero później. Przynosić to może pewne pocieszenie egzystencjalne: człowiek nie powinien czuć się wyobcowany, samotny i zagubiony w ogromnym wszechświecie, lecz, przeciwnie, powinien czuć się w nim głęboko zadomowiony, skoro język matematyki, który z taką perfekcją opanował, jest językiem samego świata.

Za jedną z form empiryzmu Autor uważa różne wersje kantyizmu, które akcentują „rolę podmiotowych kategorii w genezie pojęć i twierdzeń matematycznych” oraz podkreślają „pozytywną rolę takich kategorii w ewolucyjnej walce o byt”, i pisze:

„Trudno zgodzić się z tym stanowiskiem, gdyż nie sposób przyjąć, iż w podmiotowej interpretacji świata szczególnie potrzebne dla człowieka okazało się pojęcie zbioru Mandelbrota lub twierdzenie o czterech barwach. Tak samo trudno przyjąć, że określone stanowisko w sprawie sporu o pewnik wyboru czy hipotezę *continuum* prowadziło do jakichkolwiek korzyści ewolucyjnych. Stąd też kantowskie interpretacje podstaw matematyki pozostają bliskie zdroworozsądkowym antropomorfizmom, natomiast nie tłumaczą istotnych cech relacji matematycznych, które to cechy wyrażają się zarówno w niezależności od praktycznych zastosowań matematyki, jak i w jej oderwaniu od intuicyjnych odczuć” (s. 25-26)

Można by w tym miejscu zarzucić, że Życiński interpretuje filozofię Kanta w sposób zdecydowanie subiektywistyczny i psychologizujący, a nawet fizjologiczny, podczas gdy, jak wiadomo, filozofia ta jest również interpretowana w sposób obiektywistyczno-logiczny, zwłaszcza przez

przedstawiciele marburskiej i badeńskiej szkoły neokantyzmu. Wydaje się, że zdroworoządkowy psychologizm był raczej obcy intencjom Kanta. Z tego powodu zarówno Kanta, jak i wspomnianych neokantystów należałoby zaliczyć do platoników w szerokim sensie słowa – utrzymywali oni bowiem, że matematyka jest wprawdzie pochodna względem podmiotu, ale podmiotu transcendentalnego, a nie empirycznego, od którego jest niezależna, wobec czego argumenty wymierzone w psychologizm nie mają tu zastosowania, przynajmniej bezpośrednio. (Warto też zwrócić uwagę na fakt, że np. przedstawiciele szkoły marburskiej wyraźnie nawiązywali do samego Platona, usiłując połączyć jego filozofię z koncepcjami Kanta.) Co więcej, sympatycy kantyzmu mogliby wręcz twierdzić, że transcendentalizm ma przewagę nad innymi, klasycznymi formami platonizmu, ponieważ podobnie jak one dostarcza wyjaśnienia matematycznej struktury świata (bo świat ten jest ukonstytuowany przez podmiot transcendentalny operujący formami matematycznymi), a zarazem w przeciwieństwie do nich nie wikła się w trudności związane z zagadkowością relacji łączących świat abstraktów i świat konkretów. Wydaje się jednak, że przewaga taka jest iluzoryczna – po pierwsze, tajemniczość relacji uczestnictwa konkretów w abstraktach zostaje zastąpiona co najmniej równie tajemniczą relacją uczestnictwa podmiotów empirycznych w podmiocie transcendentalnym; po drugie zaś, przyjęcie, że świat fizyczny nie istnieje realnie, stanowiąc jedynie wytwór jakiegoś metapodmiotu, jest krańcowo spekulatywną tezą metafizyczną, podczas gdy podstawowym założeniem filozofii Kanta było uniknięcie wszelkich tego rodzaju spekulacji. Transcendentalizm interpretowany zdroworoządkowo (jako psychologizm) jest niezbyt spójny, traktowany zaś na serio okazuje się być metafizyczną spekulacją.

Warto zwrócić uwagę na specyfikę podejścia Życińskiego do matematyki jako człowieka religijnego. Sporność takich zagadnień, jak status analizy niestandardowej, prawomocność aksjomatu wyboru czy zasady wyłączonego środka pokazuje, zdaniem Autora, że „także w matematyce zbiór twierdzeń dowodzonych przez poszczególnych badaczy uzależniony jest od założeń podstawowych i od reguł metodologicznych przyjmowanych przez tych badaczy” (s. 97), a kontrowersje interpretacyjne bywają równie głębokie jak w przypadku mechaniki kwantowej

czy kosmologii. Życiński przytacza opinię H. DeLonga porównującego status epistemologiczny matematyki do teologii, „w której to dyscyplinie całościowa wizja rzeczywistości uzależniona jest od zbioru twierdzeń przyjętych jako objawione” (s. 97-98). Wskazuje również, że żaden dowód niesprzeczności pewnego systemu prowadzony w obrębie tego systemu nie może być decydujący, ponieważ jeśli jakiś system jest sprzeczny, to można w nim udowodnić wszystko, również jego niesprzeczność, nie możemy więc wykluczyć, że dowodząc niesprzeczności jakiegoś systemu nie mamy do czynienia z taką właśnie sytuacją. Konieczne byłoby wykazanie w metasyستمie, że rozważany system jest niesprzeczny, ale wówczas sytuacja się powtarza i wpadamy w regres nieskończony, „który w praktyce wymaga na pewnym etapie zastąpienia dalszych dowodów przez zwykły akt wiary” (s. 90). Intuicjoniści, głoszący postulat oczywistości, ścisłości i pewności uprawianej przez siebie matematyki, rychło podzielili się na frakcje: „z perspektywy czasu tezy te porównywane są do artykułów wiary kościoła intuicjonistów, w którym zdążyło już powstać wiele różnych grup wyznaniowych” (s. 88-89). Podobne uwagi zostają skierowane pod adresem formalizmu:

„Formalistyczna matematyka miała w intencji twórców programu okazać się nieskomplikowaną grą pozbawionych treści znaków na papierze. Z perspektywy ćwierćwiecza od załamania się programu Hilberta ta właśnie matematyka wspomnianą była jako specyficzny typ teologii, jako dyscyplina, z której nie można usunąć wiary, lecz która wyraźnie określa racje i typ wierzeń przyjmowany w swych podstawach” (s. 89).

Życiński jest świadom istnienia dobrze znanych trudności platonizmu, którego uznanie prowadzi do „zdroworozsądkowych obiekcji, gdyż wymaga ono przyjęcia zagadkowego intuicyjnie istnienia obiektów matematyki” (s. 100), aczkolwiek wyraża nadzieję, że zastrzeżenia te będą może mogły kiedyś zostać odrzucone, podobnie jak na przykład intuicyjne opory przeciwko uznaniu podwójnej, falowo-korpuskularnej natury światła (s. 138). Życiński uważa, że rolę w przewyciężeniu trudności platonizmu odgrywa przyjęcie istnienia Boga, co mogłoby – choć Autor nie mówi tego wprost – zostać uznane za atut w porównaniu z ateistycznym platonizmem Russella, Penrose’a czy Poppera. Życiński

przedstawia ontologię czterech (a właściwie pięciu) światów G. Ellisa, stanowiącą rozwinięcie teorii trzech światów Poppera. Światem nr 1 jest świat fizyczny, świat nr 2 to świat indywidualnej i zbiorowej świadomości, świat nr 3 to królestwo możliwości (ogół zdarzeń możliwych), świat nr 4 jest platońskim światem abstrakcyjnych relacji i struktur, zaś piątym światem jest metaświat nr 0, stanowiący „najgłębsze ontyczne uzasadnienie wszystkiego, co zachodzi w pozostałych światach i pozwalający pojąć rzeczywistość racjonalności, wartości i sensu”. W interpretacji teologicznej metaświat jest identyczny z Bogiem. Życiński pisze:

„Czym wyjaśnić «przystawalność» matematyki ze świata nr 4 do obiektów świata nr 1; są to wszak dwa zupełnie różne światy i nie ma powodów, by twistory i spinory uwzględniały te warunki, które występują na poziomie kamieni czy krzesel? Te pytania dotyczące ostatecznej racji, która konstituuje zarówno istnienie świata, jak i naszej wiedzy o nim, prowadzą do uznania Boga jako czynnika uniesprzeczniającego procesy i obiekty występujące w światach 1-4” (s. 37-38).

Wydaje się jednak, że teoria taka nie posiada przewagi nad teorią nie zakładającą istnienia Boga. We wszelkim platonizmie zagadkowa jest zarówno relacja konkretów i abstraktów stanowiących ich strukturę czy wzorzec, jak i relacja między abstraktami a podmiotami poznającymi. Podstawową trudność stanowi całkowita przyczynowa obojętność obiektów abstrakcyjnych, uniemożliwiająca istnienie przyczynowych, racjonalnych wyjaśnień tych relacji. Czy wobec tego przyjęcie istnienia Boga jako pomostu pomiędzy przyczynowo odgradzonymi światami stanowi jakkolwiek poznawczą korzyść? Wydaje się, że nie. Natura boskich interwencji służących zharmonizowaniu tych światów (na wzór okazjonalizmu czy leibnizjańskiej harmonii przedustawnej) jest dla nas całkowicie tajemnicza i nie czynią one relacji między tymi światami czymś zrozumiałym, a może nawet stają się one czymś jeszcze bardziej niezrozumiałym i zawierającym dodatkowe problemy domagające się wyjaśnienia. Po prostu nie mamy pojęcia, na czym miałyby polegać relacje pomiędzy światami diametralnie odmiennymi ontologicznie. Jeśli przyjmujemy, że Bóg, jako wszechmocny, potrafi łączyć ze sobą tak odmiennie światy, to niczego nie uzyskujemy, gdyż nadal nie wiemy, jak te relacje są możliwe; odwołanie do boskiej wszechmocy to typowe *deus*

*ex machina*. Można przyjąć, że natura boskich działań jest niepoznawalną tajemnicą, jednakże to samo można powiedzieć o relacjach pomiędzy światami. Co więcej, metaświat nr 0 można interpretować całkowicie bezosobowo, np. w duchu Spinozy, traktując go jako absolut spajający w sobie „światy” będące ogółem modyfikacji jego rozmaitych atrybutów. Doszukiwanie się paralel pomiędzy matematyką a teologią również wydaje się pochopne. Fakt, iż w pewnej działalności myślowej zawsze bazujemy na pewnych założeniach, nie oznacza jeszcze, że mamy do czynienia z teologią i z wiarą w kwalifikowanym, religijnym znaczeniu tego słowa. Dokonane przez przywoływanego przez Życińskiego autora porównanie założeń metodologicznych i aksjomatów przyjmowanych w pewnej społeczności matematycznej do prawd objawionych jest efektywnym chwytem publicystycznym i retorycznym, nic go jednak nie usprawiedliwia. Założenia i aksjomaty są przyjmowane bądź w wyniku uznania ich za oczywiste, bądź za płodne teoretycznie i w każdej chwili mogą one zostać zmienione, jeśli w wyniku badań pojawi się taka potrzeba. Podobny status posiadają założenia we wszystkich dyscyplinach naukowych. Prawdy objawione z kolei uznaje się za takie prawdy, które należy podtrzymywać również wtedy, gdy nic za nimi nie przemawia, a nawet gdy coś zdaje się przemawiać przeciwko nim.

W *Świecie matematyki i jej materialnych cieni* można dostrzec pewne niedostatki, takie jak powtórzenia czy szkicowe potraktowanie niektórych wątków. Jednak z powodu szczególnego losu tej książki wady te nie obciążają Autora. Godny uwagi jest fakt, że zagadnienie obiektywności matematyki i jej obiektów rozważane jest zarówno w kontekście matematyki czystej, jak i zastosowań matematyki w przyrodznawstwie, przede wszystkim w fizyce i kosmologii, co jest jak najbardziej naturalne w związku z faktem, że te drugie stanowią bardziej spektakularne potwierdzenie tezy o obiektywnym charakterze matematyki. W dziele ujawnia się również rozległa erudycja filozoficzna, matematyczna, fizyczna i historyczna Autora.

Do kogo adresowana jest omawiana książka? Moglibyśmy, jak zrobił to Michał Heller we wstępie, powiedzieć, że jest ona przeznaczona „dla miłośników pisarstwa Życińskiego” (s. 7), choć grono jej potencjal-

nych odbiorców jest niewątpliwie znacznie szersze. Przez swój esei-  
styczny charakter jest ona stosunkowo przystępna dla czytelnika nieobe-  
znanego z matematyką, fizyką i ich filozofiami, choć nie wszystkie od-  
niesienia do naukowych pojęć i wyników mają charakter elementarny.  
Z powodu tego, iż książka Życińskiego poświęcona jest pewnemu  
zagadnieniu filozofii matematyki, nie może być uznana za wpro-  
wadzenie do filozofii matematyki jako takiej. Ponieważ jednak  
zagadnienie to stanowi bez wątpienia centralny oraz najbardziej  
frapujący problem tej dyscypliny, z którym wszystkie inne są w ten czy  
inny sposób powiązane, oraz ze względu na przystępność wykładu,  
książka ta może stanowić dobry wstęp do zagadnień z pogranicza  
matematyki i filozofii oraz dobry sposób na pokazanie, że zagadnienia  
takie istnieją i są naprawdę ciekawe, a nawet są w stanie wywołać  
autentyczny *horror metaphysicus*.